

Antwoorden Oefenvragen

HAVO



Examenjaar 2025-2026

Inhoudsopgave

| | |
|--|-----------|
| Inhoudsopgave | 2 |
| 1. Algemeen: wiskundige vaardigheden (domein A) | 4 |
| 1.1 Wiskundige vaardigheden | 4 |
| 1. Wiskunde A HAVO 2018, tijdvak 1, vraag 8 | 4 |
| 2. Wiskunde A HAVO 2024, tijdvak 1, vraag 6 | 5 |
| 3. Wiskunde A HAVO 2023, tijdvak 1, vraag 5 | 6 |
| 4. Wiskunde A HAVO 2022, tijdvak 3, vraag 1 | 7 |
| 5. Wiskunde A HAVO 2021, tijdvak 3, vraag 18 | 8 |
| 6. Wiskunde A HAVO 2019, tijdvak 2, vraag 1 | 9 |
| 7. Wiskunde A HAVO 2018, tijdvak 1, vraag 16 | 10 |
| 8. Wiskunde A HAVO pilot 2013, tijdvak 1, vraag 13 | 11 |
| 2. Algebra (domein B) | 12 |
| 2.1 Algebra | 12 |
| 9. Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 1, vraag 20 | 12 |
| 10. Wiskunde A HAVO 2017, tijdvak 1, vraag 17 | 13 |
| 11. Wiskunde A HAVO 2022, tijdvak 1, vraag 19 | 14 |
| 12. Wiskunde A HAVO 2022, tijdvak 2, vraag 1 | 15 |
| 13. Wiskunde A HAVO 2022, tijdvak 3, vraag 8 | 16 |
| 3. Verbanden (domein C) | 17 |
| 3.1 Tabellen | 17 |
| 14. Wiskunde A HAVO 2017, tijdvak 2, vraag 11 | 17 |
| 3.2 Grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden | 18 |
| 15. Wiskunde A HAVO pilot 2015, tijdvak 2, vraag 17 | 18 |
| 16. Wiskunde A HAVO pilot 2014, tijdvak 2, vraag 6 | 19 |
| 17. Wiskunde A HAVO 2022, tijdvak 3, vraag 2 | 20 |
| 3.3 Formules met één of meer variabelen | 21 |
| 18. Wiskunde A HAVO 2023, tijdvak 1, vraag 1 | 21 |
| 19. Wiskunde A HAVO 2021, tijdvak 1, vraag 10 | 22 |
| 20. Wiskunde A HAVO 2018, tijdvak 1, vraag 1 | 23 |
| 21. Wiskunde A HAVO 2018, tijdvak 1, vraag 11 | 24 |



| | | |
|------------|--|-----------|
| 3.4 | Lineaire verbanden en lineaire groei | 25 |
| 22. | Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 1, vraag 1 | 25 |
| 23. | Wiskunde A HAVO 2022, tijdvak 3, vraag 9 | 26 |
| 24. | Wiskunde A HAVO pilot 2016, tijdvak 2, vraag 2 | 27 |
| 25. | Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 2, vraag 6 | 28 |
| 26. | Wiskunde A HAVO pilot 2016, tijdvak 2, vraag 1 | 29 |
| 3.5 | Exponentiële verbanden | 30 |
| 27. | Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 1, vraag 2 | 30 |
| 28. | Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 1, vraag 6 | 31 |
| 29. | Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 1, vraag 11 | 32 |
| 30. | Wiskunde A HAVO 2021, tijdvak 1, vraag 19 | 34 |
| 31. | Wiskunde A HAVO 2021, tijdvak 2, vraag 8 | 35 |
| 32. | Wiskunde A HAVO 2021, tijdvak 2, vraag 19 | 36 |
| 4. | Statistiek (domein E) | 37 |
| 4.1 | Presentaties van data interpreteren en beoordelen | 37 |
| 33. | Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 2, vraag 16 | 37 |
| 34. | Wiskunde A HAVO 2023, tijdvak 1, vraag 10 | 38 |
| 35. | Wiskunde A HAVO 2022, tijdvak 1, vraag 10 | 39 |
| 36. | Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 2, vraag 17 | 40 |
| 37. | Wiskunde A HAVO 2024, tijdvak 1, vraag 7 | 41 |
| 4.2 | Data verwerken | 41 |
| 4.3 | Data en verdelingen | 42 |
| 38. | Wiskunde A HAVO 2018, tijdvak 1, vraag 6 | 42 |
| 4.4 | Statistische uitspraken doen | 43 |
| 39. | Wiskunde A HAVO 2024, tijdvak 2, vraag 11 | 43 |
| 40. | Wiskunde A HAVO 2024, tijdvak 2, vraag 10 | 44 |
| 41. | Wiskunde A HAVO 2024, tijdvak 1, vraag 16 | 45 |
| 42. | Wiskunde A HAVO 2021, tijdvak 1, vraag 14 | 46 |



1. Algemeen: wiskundige vaardigheden

1.1 Wiskundige vaardigheden

1. Wiskunde A HAVO 2018, tijdvak 1, vraag 8



Oefenvraag examen 2018 tijdvak 1 – vraag 8

Aardbevingen verschillen in kracht. De kracht van een aardbeving wordt meestal weergegeven op de schaal van Richter.

In de nacht van 5 op 6 april 2009 werd de Italiaanse stad l'Aquila getroffen door een zware aardbeving. De avond ervoor werd er al een lichte beving gevoeld die een kracht had van 3,3 op de schaal van Richter. De zware aardbeving 's nachts, die veel schade aanrichtte, had een kracht van 6,3 op de schaal van Richter.

Bij elke aardbeving komt energie vrij. Volgens een wetenschapper geldt de volgende vuistregel: als de kracht op de schaal van Richter met 1 toeneemt, dan is de hoeveelheid vrijgekomen energie ongeveer 30 keer zo groot.

Er is bij de zware aardbeving 's nachts veel meer energie vrijgekomen dan bij de lichte beving van de avond daarvoor.

Bereken met behulp van de vuistregel hoeveel keer zoveel energie er 's nachts vrijkwam vergeleken met de avond ervoor.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- Het verschil in kracht is $(6,3 - 3,3 =) 3$.
- Er komt (ongeveer) 30^3 keer zoveel energie vrij.
- Het antwoord: (ongeveer) 27.000.



2. Wiskunde A HAVO 2024, tijdvak 1, vraag 6



Oefenvraag examen 2024 tijdvak 1 – vraag 6

In 2017 werd er gestaakt door leerkrachten in het basisonderwijs. Er was sprake van aanhoudende onvrede over onder meer het salaris en de werkdruk. In deze opgave wordt met 'leerkrachten' telkens 'leerkrachten in het basisonderwijs' bedoeld.

Leerkrachten verdienden in 2015 gemiddeld een bruto-uurloon van 26 euro. Daarmee verdienden zij 14 procent minder dan werknemers buiten het onderwijs met hetzelfde opleidingsniveau.

Bereken het gemiddelde bruto-uurloon in 2015 van werknemers buiten het onderwijs met hetzelfde opleidingsniveau. Geef je antwoord in een geheel aantal euro's.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- 26 (euro) komt overeen met 86%.
- Het gevraagde bruto uurloon is $\frac{26}{0,86}$ (= 30,23...) (euro).
- Het antwoord: 30 (euro).



3. Wiskunde A HAVO 2023, tijdvak 1, vraag 5



Oefenvraag examen 2023 tijdvak 1 – vraag 5

Op de hele wereld gebruiken mensen hun mobiele telefoon steeds meer. De hoeveelheid verbruikte mobiele data neemt daardoor elk jaar toe.

In Nederland was in 2017 het totale mobiele dataverbruik 325 miljoen gigabyte (GB), een stijging van 1050% ten opzichte van 2013.

Bereken het totale mobiele dataverbruik in Nederland in 2013. Geef je antwoord in hele miljoenen GB.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- De groeifactor van 2013 tot 2017 is 11,5.
- Het mobiele dataverbruik in 2013 was $\frac{325}{11,5}$ (= 28,2...) (miljoen GB).
- Het antwoord: 28 (miljoen GB).

Opmerking

Als gerekend wordt met een groeifactor van 10,5, voor deze vraag maximaal 1 scorepunt toekennen.



4. Wiskunde A HAVO 2022, tijdvak 3, vraag 1



Oefenvraag examen 2022 tijdvak 3 – vraag 1

Veel wetenschappers waren het er tot voor kort over eens dat de groei van de wereldbevolking na 2050 tot stilstand zou komen. Het aantal mensen zou dan in 2050 ongeveer 9 miljard zijn.

Uit nieuwe wetenschappelijke voorspellingen blijkt echter dat er in 2100 mogelijk al 12 miljard mensen op aarde zullen leven.

De wereldbevolking bestond in 1990 uit 5,3 miljard mensen en in 2011 uit 7 miljard mensen. Neem aan dat de wereldbevolking in deze periode exponentieel groeide.

Bereken het hierbij behorende jaarlijkse groeipercentage. Geef je antwoord in één decimaal.

Maximumscore 4 punten

Het juiste antwoord is:

- De groeifactor per 21 jaar is $\frac{7}{5,3}$ (= 1,32...)
- De groeifactor per jaar is $\left(\frac{7}{5,3}\right)^{\frac{1}{21}}$
- Dit is 1,0133...
- Het antwoord: 1,3(%)



5. Wiskunde A HAVO 2021, tijdvak 3, vraag 18



Oefenvraag examen 2021 tijdvak 3 – vraag 18

In het jaar 2011 was de Museumkaart goed voor 4,2 miljoen museumbezoeken. Dat was 20% van het totaal aantal museumbezoeken in 2011. In het jaar 2016 was de Museumkaart goed voor 8,5 miljoen museumbezoeken. Dat was toen 26% van het totaal aantal museumbezoeken.

Bereken met hoeveel procent het totaal aantal museumbezoeken is gestegen in de periode 2011-2016. Geef je antwoord in hele procenten.

Maximumscore 4 punten

Het juiste antwoord is:

- Totaal aantal museumbezoeken in 2016 is $\frac{8,5}{0,26}$ (= 32,6...) (miljoen).
- Totaal aantal museumbezoeken in 2011 is $\frac{4,2}{0,20}$ (= 21) (miljoen).
- $\frac{32,6... - 21}{21} \cdot 100$ (= 55,6...(%)).
- Het antwoord: 56(%)



6. Wiskunde A HAVO 2019, tijdvak 2, vraag 1



Oefenvraag examen 2019 tijdvak 2 – vraag 1

De Kievit is een weidevogel. Het aantal Kieviten in Nederland neemt af. Dit komt onder andere door intensivering van de landbouw en door uitbreiding van het stedelijk gebied. We maken in deze opgave onderscheid tussen de aantallen broedende en niet-broedende Kieviten. In de periode 1990-2010 nam het aantal broedende Kieviten elk jaar met 3% af.

Bereken met hoeveel procent het aantal broedende Kieviten in de periode 1990-2010 is afgenomen. Geef je antwoord in hele procenten.

Maximumscore 4 punten

Het juiste antwoord is:

- De groeifactor per jaar is 0,97
- De groeifactor per 20 jaar is $0,97^{20}$
- De groeifactor per 20 jaar is 0,543...
- Het antwoord: 46(%)



7. Wiskunde A HAVO 2018, tijdvak 1, vraag 16



Oefenvraag examen 2018 tijdvak 1 – vraag 16

Een paar jaar geleden heeft men in de Verenigde Staten een onderzoek gehouden onder mensen die in hun lunchpauze ergens gaan eten. Men wilde weten wat er zoal als lunch besteld werd en hoeveel kilocalorieën (kcal) de bestelde lunch bevatte.

Het onderzoek werd uitgevoerd in New York City. Uit alle 1064 lunchrestaurants die op hun website calorie-informatie hadden staan, werden er willekeurig 167 uitgekozen waar het onderzoek werd uitgevoerd. Verschillende teams van onderzoekers gingen rond lunchtijd naar deze lunchrestaurants om klanten te informeren over het onderzoek. Alleen klanten van 18 jaar en ouder mochten meedoen. Ze moesten dan een individuele bestelling plaatsen. Wie vervolgens zijn kassabonnetje inleverde, kreeg als beloning een metrokaartje van 2 dollar. Vrijwel alle klanten wilden meedoen met het onderzoek, mede vanwege de beloning. De onderzoekers kregen op deze manier heel wat kassabonnetjes in handen. Achteraf bleek dat 5,6% van de ingeleverde kassabonnetjes onbruikbaar was. De overige 7318 kassabonnetjes konden worden gebruikt voor het onderzoek.

Bereken hoeveel dollar de onderzoekers kwijt waren aan metrokaartjes.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- $100 - 5,6 = 94,4(\%)$.
- $\frac{7318}{94,4} \cdot 100 = 7752,1\dots$ (, dus 7752 (kassabonnetjes)).
- Het antwoord: $(2 \cdot 7752 =) 15.504$ (dollar).



8. Wiskunde A HAVO pilot 2013, tijdvak 1, vraag 13



Oefenvraag pilot examen 2013 tijdvak 1 – vraag 13

Hoe oud kun je worden? Veel mensen vinden het al bijzonder als iemand de leeftijd van 90 jaar bereikt. Toch zijn er zelfs mensen die 100 jaar of ouder worden. In Engeland wordt iemand die de leeftijd van 100 jaar bereikt, aangeduid met de titel centenarian. Er zijn maar weinig mensen die centenarian worden. Zelfs 90-jarigen worden maar zelden 100 jaar. Van degenen die toch de leeftijd van 100 jaar bereiken, worden sommigen zelfs supercentenarian: zij bereiken de leeftijd van 110 jaar. Deze titel is echter voor zeer weinigen weggelegd.

Uit onderzoek zijn de volgende gegevens bekend:

- van de 90-jarige mannen wordt 3,52% centenarian;
- van de 90-jarige mannen wordt maar 1 op de 2900 supercentenarian.

Bereken hoeveel procent van de mannelijke 100-jarigen supercentenarian wordt.
Rond je antwoord af op 2 decimalen.

Maximumscore 4 punten

Het juiste antwoord is:

- Het percentage 90-jarige mannen dat supercentenarian wordt, is $\frac{1}{2900} \cdot 100\% \approx 0,0345(\%)$.
- $\frac{0,0345}{3,52} \cdot 100\%$
- Het antwoord: 0,98(%)

Of:

- Van iedere 2900 90-jarige mannen worden er 3,52% centenarian.
- Dat zijn er $0,0352 \cdot 2900 \approx 102$.
- 1 van de 102 100-jarigen wordt supercentenarian, dat is $\frac{1}{102} \cdot 100$.
- Het antwoord: 0,98(%)



2. Algebra

2.1 Algebra

9. Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 1, vraag 20



Oefenvraag examen 2025 tijdvak 1 – vraag 20

Elke zomer zijn er heel wat Nederlandse wielrenners te vinden op bergwegen in Frankrijk. [...] Er bestaat een model waarmee de zwaarte van een bergbeklimming met de fiets, berekend kan worden.

Volgens dit model geldt:

$$I = \frac{h^2}{10\,000 \cdot w} \quad (\text{formule 1})$$

Hierin is:

- I de zwaarte-index
- h het hoogteverschil tussen begin- en eindpunt van de beklimming (in meter)
- w de weglengte die tijdens de beklimming wordt afgelegd (in kilometer)

Hoe groter de zwaarte-index, hoe zwaarder de bergbeklimming. [...]

Formule 1 kan worden herleid tot de vorm:

$$h = 100 \cdot \sqrt{w \cdot I} \quad (\text{formule 2})$$

Geef deze herleiding.

Maximumscore 2 punten

Het juiste antwoord is:

- $h^2 = 10000 \cdot w \cdot I$
- $h = (\sqrt{10000 \cdot w \cdot I}) = \sqrt{10000} \cdot \sqrt{w \cdot I} (= 100 \cdot \sqrt{w \cdot I})$



10. Wiskunde A HAVO 2017, tijdvak 1, vraag 17



Oefenvraag examen 2017 tijdvak 1 – vraag 17

Het bekendste papierformaat is het A4'tje, een vel papier dat in grote delen van de wereld als standaardpapierformaat gebruikt wordt. Het A4'tje komt uit een serie die begint met A0, een vel papier met een oppervlakte van precies 1 m^2 . Van elk volgend formaat in de A-serie is de oppervlakte telkens tweemaal zo klein. In de praktijk zijn voornamelijk de formaten A0 tot en met A11 in gebruik. De afmetingen van de eerste vijf formaten staan in de tabel. Hierin zijn de hoogte en breedte afgerond op hele cm.

| formaat | formaat-nummer n | oppervlakte (mm^2) | hoogte h (cm) | breedte b (cm) |
|---------|--------------------|-------------------------------|-----------------|------------------|
| A0 | 0 | 1 000 000 | 119 | 84 |
| A1 | 1 | 500 000 | 84 | 59 |
| A2 | 2 | 250 000 | 59 | 42 |
| A3 | 3 | 125 000 | 42 | 30 |
| A4 | 4 | 62 500 | 30 | 21 |
| ... | ... | ... | ... | ... |

Een formaat dat vaak gebruikt wordt voor postzegels is het A11-formaat. Bereken de oppervlakte van een A11-postzegel in hele mm^2 .

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- De oppervlakte moet vanaf A0 11 keer worden gehalveerd.
- De oppervlakte is $1.000.000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{11}$.
- Het antwoord: 488 (mm^2).



11. Wiskunde A HAVO 2022, tijdvak 1, vraag 19



Oefenvraag examen 2022 tijdvak 1 – vraag 19

Op 16 augustus 2009 verbrak Usain Bolt op de wereldkampioenschappen atletiek in Berlijn het wereldrecord op de 100 meter sprint door een tijd te lopen van 9,58 seconden. Het wereldrecord van de vorige wereldrecordhouder, Asafa Powell, was 9,74 seconden.

Stel dat Bolt en Powell bovengenoemde tijden met constante snelheid in dezelfde race hadden gelopen. Bereken hoeveel meter Powell dan nog te gaan had op het moment dat Bolt finishte. Geef je antwoord in twee decimalen.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- Powell loopt met een snelheid van $\frac{100}{9,74}$ (= 10,266...) (m/s).
- Hij loopt nog $9,74 - 9,58$ (= 0,16) (s).
- Powell had nog $0,16 \cdot 10,266... = 1,64$ (m) te gaan.

Of

- Powell loopt met een snelheid van $\frac{100}{9,74}$ (= 10,266...) (m/s).
- Toen Bolt finishte had Powell $9,58 \cdot 10,266... (= 98,357...)$ (m) afgelegd.
- Powell had nog $100 - 98,357... = 1,64$ (m) te gaan.

Of

- De snelheid van Powell was $\frac{9,58}{9,74}$ (= 0,98357...) keer zo groot als die van Bolt.
- Powell had $0,98357... \cdot 100 (= 98,357...)$ (m) afgelegd op het moment dat Bolt finishte.
- Powell had nog $100 - 98,357... = 1,64$ (m) te gaan.



12. Wiskunde A HAVO 2022, tijdvak 2, vraag 1



Oefenvraag examen 2022 tijdvak 2 – vraag 1

Bij parachutespringen spring je uit een vliegtuig. Eerst maak je enige tijd een **vrije val**. Tijdens die vrije val is de parachute nog niet geopend. Daarna open je de parachute en land je met een veilige snelheid op de grond.

Bart springt op een hoogte van 4000 meter uit het vliegtuig en maakt dan een vrije val. Na 50 seconden is hij op 1500 meter hoogte en stopt de vrije val, omdat hij dan zijn parachute opent.

Bereken de gemiddelde snelheid in km/uur van Bart tijdens zijn vrije val.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- $(4000 - 1500 =) 2500$ meter afgelegd (in 50 seconden).
- Dit is 50 meter per seconde.
- De gemiddelde snelheid is $(50 \cdot 3,6 =) 180$ (km/uur).

Of

- $(4000 - 1500 =) 2500$ meter (= 2,5 km) afgelegd (in 50 seconden).
- 50 seconden is $\frac{50}{3600}$ (= 0,013...) uur.
- De gemiddelde snelheid is $\frac{2,5}{0,013...} = 180$ (km/uur).



13. Wiskunde A HAVO 2022, tijdvak 3, vraag 8



Oefenvraag examen 2022 tijdvak 3 – vraag 8

Kanovaren is een Olympische sport. Een van de onderdelen is de vlakwatersprint kajakvaren. Een kajak is een soort kano.

Tijdens de Olympische Spelen in Peking in 2008 was de winnende tijd met een eenpersoonskajak op de 500 meter vlakwatersprint voor mannen 1 minuut en 37,252 seconden.

Bereken de gemiddelde snelheid van de winnende kajak op deze afstand in km/u. Geef je antwoord in één decimaal.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- De tijd is 97,252 (s).
- De gemiddelde snelheid is $\frac{500}{97,252}$ (= 5,14...) (m/s).
- Bijvoorbeeld vermenigvuldigen met 3,6 geeft: 18,5 (km/u).

Of

- De tijd is 97,252 (s).
- De afstand is 0,5 (km) en de tijd is $97,252 : 3600$ (= 0,027...) (u).
- $0,5 : 0,027... = 18,50...$, dus het antwoord is 18,5 (km/u).



3. Verbanden

3.1 Tabellen

14. Wiskunde A HAVO 2017, tijdvak 2, vraag 11



Oefenvraag examen 2017 tijdvak 2 – vraag 11

Bij het bedrijf Alutech, dat aluminium buizen produceert, werkt men aan één stuk door van maandagmorgen tot en met zaterdagmiddag. De werknemers van dit bedrijf werken in ploegendiensten van 8 uur. Daarbij zijn er twee dagdiensten, genaamd A en B, en één nachtdienst N. Zie tabel 1.

tabel 1 werktijden Alutech

| | ma | di | wo | do | vr | za | zo |
|-------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| 07.00 – 15.00 uur | A | A | A | A | A | A | - |
| 15.00 – 23.00 uur | B | B | B | B | B | - | - |
| 23.00 – 07.00 uur | N | N | N | N | N | - | - |

Op maandagmorgen is men de eerste 3 uur van de A-dienst bezig om het productieproces op te starten en op zaterdagmiddag wordt het laatste uur van de A-dienst gebruikt om het proces gecontroleerd stil te zetten. Alle overige tijd wordt beschouwd als mogelijke productietijd.

Bereken het aantal uren mogelijke productietijd per week.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- Er zijn 16 diensten.
- Zonder rekening te houden met de kortere A-diensten: $16 \cdot 8 = 128$ (uur).
- Het antwoord: $128 - 3 - 1 = 124$ (uur).

Of

- Zonder rekening te houden met de kortere A-dienst op maandag: op maandag tot en met vrijdag $5 \cdot 24 = 120$ (uur).
- Zonder rekening te houden met de kortere A-dienst op zaterdag: in totaal $120 + 8 = 128$ (uur).
- Het antwoord: $128 - 3 - 1 = 124$ (uur).



3.2 Grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden

15. Wiskunde A HAVO pilot 2015, tijdvak 2, vraag 17



Oefenvraag pilot examen 2015 tijdvak 2 – vraag 17

Geld lenen kost geld. Soms kost het heel veel geld. Vooral als je direct een paar honderd euro nodig hebt. In dit soort situaties kun je een flitslening nemen. Je leent een niet al te groot geldbedrag en betaalt dit na een korte periode terug.

Er bestaan verschillende websites waar je geld kunt lenen. Op de website flitsmoney.nl staat dat er geen rente wordt berekend. Je hoeft alleen behandelingskosten te betalen. Zie tabel 1.

tabel 1 Flitsmoney

| te lenen bedrag (in euro) | behandelingskosten (in euro) |
|---------------------------|------------------------------|
| 100,00 | 25,00 |
| 250,00 | 62,50 |
| 300,00 | 75,00 |
| 375,00 | 93,75 |

Als je bijvoorbeeld € 100,00 wilt lenen, krijg je dit geld binnen 10 minuten op je bankrekening. Dit bedrag moet samen met de € 25,00 behandelingskosten na 30 dagen worden terugbetaald. Er is bij Flitsmoney een (recht) evenredig verband tussen het totaal terug te betalen bedrag en het te lenen bedrag. Laat dit met berekeningen zien. Controleer hiervoor alle waarden in tabel 1.

Maximumscore 4 punten

Het juiste antwoord is:

- Totaal terug te betalen bedragen zijn 125,00, 312,50, 375,00 en 468,75 (euro).
- $\frac{125}{100} = \frac{312,50}{250} = \frac{375}{300} = \frac{468,75}{375} = 1,25$ (dus er is sprake van een (recht) evenredig verband).



16. Wiskunde A HAVO pilot 2014, tijdvak 2, vraag 6



Oefenvraag pilot examen 2014 tijdvak 2 – vraag 6

Een vel helderwit papier ziet er niet altijd helderwit uit: bij kunstlicht is de kleur van het papier anders dan bij kaarslicht of bij het licht van de middagzon. Dat wordt veroorzaakt door het omgevingslicht. Een maat voor dit omgevingslicht is de kleurtemperatuur die wordt gemeten in kelvin (K).

Professionele fotografen gebruiken in plaats van kleurtemperatuur liever een andere maat, de miredwaarde. In de tabel vind je voor verschillende soorten licht de kleurtemperatuur T en de bijbehorende miredwaarde M .

| omgevingslicht | kleurtemperatuur T (K) | miredwaarde M (mired) |
|------------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| kaarslicht | 1200 | 833 |
| zonsopkomst en zonsondergang | 2000 | 500 |
| halogeenlamp | 3200 | 312 |
| middagzon | 6000 | 167 |

Er is een omgekeerd evenredig verband tussen de kleurtemperatuur T en de miredwaarde M .
Toon aan dat de tabel hiermee in overeenstemming is. Gebruik alle waarden in de tabel.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- $1200 \cdot 833 \approx 1$ miljoen, $2000 \cdot 500 = 1$ miljoen, $3200 \cdot 312 \approx 1$ miljoen en $6000 \cdot 167 \approx 1$ miljoen.
- Alle producten zijn (bij benadering) gelijk (dus er is sprake van een omgekeerd evenredig verband).

Of:

- $1200 \cdot 5 = 6000$ en $833 / 5 \approx 167$, $2000 \cdot 3 = 6000$ en $500 / 3 \approx 167$, $2000 \cdot 1,6 = 3200$ en $500 / 1,6 = 312,5$ (of 312 of 313).
- Als de kleurtemperatuur met een bepaalde waarde wordt vermenigvuldigd, wordt de miredwaarde door die waarde gedeeld (dus er is sprake van een omgekeerd evenredig verband).



17. Wiskunde A HAVO 2022, tijdvak 3, vraag 2



Oefenvraag examen 2022 tijdvak 3 – vraag 2

In 2011 bestond de wereldbevolking uit 7 miljard mensen. In 2012 waren er 80 miljoen mensen bijgekomen. Er zijn verschillende scenario's denkbaar voor de groei van de wereldbevolking na 2012.

In een eerste scenario wordt aangenomen dat de groei vanaf 2011 lineair zal zijn.

Bereken in welk jaar de wereldbevolking volgens dit eerste scenario tot 9 miljard mensen zal zijn toegenomen.

Maximumscore 4 punten

Het juiste antwoord is:

- De toename is 9 miljard – 7 miljard = 2 miljard.
- Dit is 2000 miljoen.
- Het is na $\frac{2000}{80} = 25$ (jaar).
- Het antwoord: in 2036.

Of

- 80 miljoen = 0,08 miljard.
- De vergelijking $0,08 \cdot t + 7 = 9$, met t het aantal jaren na 2011 moet worden opgelost.
- Dit geeft $t = 25$.
- Het antwoord: in 2036.



3.3 Formules met één of meer variabelen

18. Wiskunde A HAVO 2023, tijdvak 1, vraag 1



Oefenvraag examen 2023 tijdvak 1 – vraag 1

De uitgaven aan huisartsenzorg voor één persoon per jaar kan je volgens een eenvoudig model berekenen met de volgende formule:

$$U = 60 + 10 \cdot A \text{ (formule 1)}$$

Hierin is U het bedrag in euro dat voor één persoon per jaar aan huisartsenzorg wordt uitgegeven en A het aantal huisartsconsulten van die persoon per jaar.

In 2018 was het gemiddelde aantal huisartsconsulten per persoon gelijk aan 4,5.

Stel dat in 2020 het gemiddelde aantal huisartsconsulten per persoon 10% hoger was dan in 2018. Volgens formule 1 zouden in 2020 de gemiddelde uitgaven aan huisartsenzorg dan ook hoger zijn geweest dan in 2018.

Bereken hoeveel procent hoger. Geef je antwoord in hele procenten.

Maximumscore 4 punten

Het juiste antwoord is:

- Het gemiddelde aantal consulten per persoon was in 2020 $1,1 \cdot 4,5 (= 4,95)$.
- De gemiddelde uitgaven aan huisartsenzorg per persoon waren $U = 60 + 10 \cdot 4,5 (= 105)$ in 2018 en $U = 60 + 10 \cdot 4,95 (= 109,50)$ in 2020.
- $\frac{109,50 - 105}{105} \cdot 100 (\%)$.
- Het antwoord: 4(%)



19. Wiskunde A HAVO 2021, tijdvak 1, vraag 10



Oefenvraag examen 2021 tijdvak 1 – vraag 10

In de zomermaanden worden pretparken druk bezocht. De wachttijden voor de attracties kunnen dan sterk oplopen. De wachttijd voor een attractie kan berekend worden met de formule:

$$W = \frac{r \cdot S}{2(1-r)}$$

Hierin is W de gemiddelde wachttijd van een willekeurige bezoeker in minuten en r de bezettingsgraad van de attractie ($0 < r < 1$). Als voor de bezettingsgraad bijvoorbeeld geldt dat $r = 0,85$, betekent dit dat gemiddeld 85% van de plaatsen in de attractie bezet is. S is de bedieningstijd per bezoeker in seconden. Als bijvoorbeeld een attractie elke 10 minuten 100 bezoekers kan bedienen, geldt:

$$S = 6 \left(= \frac{600 \text{ seconden}}{100 \text{ bezoekers}} \right)$$

In Walibi Belgium is de achtbaan Vampire een populaire attractie, die in de zomermaanden een bezettingsgraad van 98% heeft. De Vampire kan iedere vier minuten 80 bezoekers bedienen.

Bereken hoeveel minuten de gemiddelde wachttijd van een bezoeker voor de Vampire in de zomermaanden is.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- $S = \frac{4 \cdot 60}{80} = 3$
- $W = \frac{0,98 \cdot 3}{2 \cdot (1-0,98)}$
- Het antwoord: 73,5 (of 74) (minuten)



20. Wiskunde A HAVO 2018, tijdvak 1, vraag 1



Oefenvraag examen 2018 tijdvak 1 – vraag 1

In de zomer kan in natuurgebieden met veel bos gemakkelijk brand ontstaan. Het risico op bosbrand wordt vooral bepaald door de temperatuur van de lucht en door de hoeveelheid vocht in de lucht. Om het risico op bosbrand goed in beeld te krijgen, wordt gebruikgemaakt van een brandgevaarindex. In Scandinavië gebruikt men als brandgevaarindex de Angström Index, die wordt berekend met de volgende formule:

$$I_A = \frac{V}{20} + \frac{27 - T}{10}$$

Hierin is I_A de Angström Index, V de relatieve luchtvochtigheid in procenten en T de temperatuur in °C. De relatieve luchtvochtigheid V geeft de hoeveelheid vocht in de lucht aan ten opzichte van de hoeveelheid vocht die de lucht maximaal kan bevatten. De relatieve luchtvochtigheid kan niet meer dan 100% zijn.

Bereken de minimale en de maximale waarde van de Angström Index bij een temperatuur van 24 °C.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- V is minimaal 0 en maximaal 100.
- De minimale waarde is $I_A = \frac{0}{20} + \frac{27-24}{10} = 0,3$.
- De maximale waarde is $I_A = \frac{100}{20} + \frac{27-24}{10} = 5,3$.



21. Wiskunde A HAVO 2018, tijdvak 1, vraag 11



Oefenvraag examen 2018 tijdvak 1 – vraag 11

Mensen krijgen energie binnen via voedsel. De hoeveelheid energie in voedsel wordt uitgedrukt in kilocalorieën (kcal). De minimale hoeveelheid energie die iemand per dag nodig heeft om op gewicht te blijven, wordt aangeduid met de Engelse afkorting BMR (Basal Metabolic Rate). Diëtisten maken gebruik van formules om deze hoeveelheid te berekenen. Een formule van de BMR voor mannen luidt:

$$BMR = 10 \cdot G - 5 \cdot J + 6,25 \cdot L + 5$$

In deze formule is G het gewicht in kg, J de leeftijd in jaren, L de lengte in cm en BMR in kcal. Luuk is 1,88 meter lang en weegt 77 kg. Hij is 25 jaar oud. Bereken zijn BMR.

Maximumscore 2 punten

Het juiste antwoord is:

- $BMR = 10 \cdot 77 - 5 \cdot 25 + 6,25 \cdot 188 + 5$
- Het antwoord: 1825 (kcal).



3.4 Lineaire verbanden en lineaire groei

22. Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 1, vraag 1



Oefenvraag examen 2025 tijdvak 1 – vraag 1

In discussies over het klimaat gaat het vaak over de uitstoot van broeikasgassen. In het Nederlandse klimaatakkoord is als doel gesteld dat de gemiddelde uitstoot van broeikasgassen per inwoner per jaar in 2030 gehalveerd is ten opzichte van 1990.

In 1990 was in Nederland de gemiddelde uitstoot van broeikasgassen per inwoner per jaar 15,1 ton en in 2017 was die 11,6 ton.

Neem aan dat er in de periode 1990-2017 sprake was van een lineaire daling en dat deze daling zich op dezelfde wijze voortzet na 2017.

Onderzoek met bovenstaande gegevens en aannames of de genoemde doelstelling gehaald wordt.

Maximumscore 4 punten

Het juiste antwoord is:

- Doelstelling is $\left(\frac{15,1}{2}\right) = 7,55$ (ton per inwoner per jaar) in 2030
- Per jaar is de uitstoot gedaald met $\left(\frac{15,1-11,6}{2017-1990}\right) = \frac{3,5}{27}$ ($= 0,129 \dots$) (ton per inwoner per jaar)
- Van 2017 tot 2030 is de afname $13 \cdot 0,129 \dots$ ($= 1,685 \dots$) (ton per inwoner per jaar)
- In 2030 is de uitstoot $11,6 - 1,685 \dots$ ($= 9,91 \dots$) (ton per inwoner per jaar) en dat is meer dan 7,55, dus de doelstelling wordt niet gehaald

Of

- Doelstelling is $\left(\frac{15,1}{2}\right) = 7,55$ (ton per inwoner per jaar) in 2030
- Er is per jaar een afname nodig van minimaal $\left(\frac{15,1-7,55}{2030-1990}\right) = \frac{7,55}{40}$ ($= 0,188 \dots$) (ton per inwoner per jaar)
- Per jaar is de uitstoot gedaald met $\left(\frac{15,1-11,6}{2017-1990}\right) = \frac{3,5}{27}$ ($= 0,129 \dots$) (ton per inwoner per jaar)
- $0,129 \dots$ is minder dan $0,188 \dots$, dus de doelstelling wordt niet gehaald



23. Wiskunde A HAVO 2022, tijdvak 3, vraag 9



Oefenvraag examen 2022 tijdvak 3 – vraag 9

Kanovaren is een Olympische sport. Een van de onderdelen is de vlakwatersprint kajakvaren. Een kajak is een soort kano.

Tijdens de Olympische Spelen in Peking in 2008 was de winnende tijd met een eenpersoonskajak op de 500 meter vlakwatersprint voor mannen 1 minuut en 37,252 seconden.

Er zijn ook races voor kajaks met 2 of 4 personen. In de tabel staan nog enkele winnende tijden (in seconden) die op de Olympische Spelen van 2008 in Peking met kajaks zijn behaald. Het aantal personen in de boot wordt aangeduid met N .

tabel

| | $N = 1$ | $N = 2$ | $N = 4$ |
|---------------|-----------|-----------|-----------|
| mannen 1000 m | 206,323 s | 191,809 s | 175,714 s |
| vrouwen 500 m | 110,673 s | 101,308 s | 92,231 s |

Monique vraagt zich af of er een lineair verband bestaat tussen de winnende tijd van de vrouwen op de 500 m en het aantal personen in de kajak.

Onderzoek met gegevens uit de tabel of dat verband lineair kan zijn.

Maximumscore 4 punten

Het juiste antwoord is:

- De afname in finishtijd van $N = 1$ naar $N = 2$ is $110,673 - 101,308 \approx 9$ (s).
- De afname in finishtijd van $N = 2$ naar $N = 4$ is $101,308 - 92,231 \approx 9$ (s).
- Van $N = 2$ naar $N = 4$ is de afname in finishtijd per extra persoon $9 : 2 = 4,5$ (s).
- De afname in finishtijd per extra persoon is niet steeds gelijk, dus het verband kan niet lineair zijn.



24. Wiskunde A HAVO pilot 2016, tijdvak 2, vraag 2



Oefenvraag examen pilot 2016 tijdvak 2 – vraag 2

De gemiddelde lengte van de Nederlandse vrouwen nam bij benadering lineair toe van 1981 tot het jaar 2000. Zie de figuur.

Voor deze periode kan voor de gemiddelde lengte van de Nederlandse vrouwen een formule opgesteld worden van de vorm

$$l = a \cdot t + b$$

Hierin is l de gemiddelde lengte in cm en t de tijd in jaren waarbij geldt dat $t = 0$ op 1 januari 1981; a en b zijn getallen.

Stel deze formule op, gebruikmakend van de gemiddelde lengte op 1 januari 1981 en de gemiddelde lengte op 1 januari 2000.



Maximumscore 4 punten

Het juiste antwoord is:

- Het aflezen van de punten (0;165,9) en (19;167,7).
- $a = \frac{167,7-165,9}{19} (\approx 0,1)$.
- $l = 0,1 \cdot t + 165,9$ (of nauwkeuriger).



25. Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 2, vraag 6



Oefenvraag examen 2025 tijdvak 2 – vraag 6

Voor de Vlinderstichting tellen vrijwilligers in heel Nederland vlinders vanaf maart tot en met september. Deze vlindertellingen vinden al meerdere jaren plaats. De vrijwilligers tellen dan alle vlinders die ze zien, één keer per week, op een vaste dag en op vaste routes van ongeveer een kilometer.

In 1989 telden vrijwilligers vlinders op 69 vaste routes. Sindsdien steeg het aantal vaste routes waarop vrijwilligers vlinders telden vrijwel lineair tot 394 routes in 2014.

Bereken met behulp van lineair interpoleren het aantal vaste routes in 2002 waarop vrijwilligers vlinders telden.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- De toename per 25 jaar is $394 - 69 (=325)$
- De toename per jaar is $\frac{325}{25} (= 13)$
- Het aantal vaste routes in 2002 is $(13 \cdot 13 + 69 =) 238$



26. Wiskunde A HAVO pilot 2016, tijdvak 2, vraag 1



Oefenvraag examen pilot 2016 tijdvak 2 – vraag 1

Jarenlang nam in Nederland de gemiddelde lengte van volwassen mannen en vrouwen toe. Ook aan het einde van de vorige eeuw was dat nog zo: op 1 januari van het jaar 1981 waren Nederlandse mannen gemiddeld 177,3 cm lang en op 1 januari 2000 was de gemiddelde lengte toegenomen tot 180,4 cm. Dit proces verliep bij benadering lineair. Wanneer we ervan uitgaan dat deze groei zich op dezelfde wijze voortzet, kan met behulp van lineair extrapoleren de gemiddelde lengte van de Nederlandse mannen op 1 januari 2050 berekend worden.

Bereken de gemiddelde lengte van de Nederlandse mannen op 1 januari 2050.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- In 19 jaar is de gemiddelde lengte met 3,1 (cm) toegenomen.
- In 50 jaar neemt de gemiddelde lengte toe met $\frac{3,1}{19} \cdot 50 (\approx 8,2)$ (cm).
- Het antwoord: $180,4 + 8,2 = 188,6$ (cm) (of nauwkeuriger).



3.5 Exponentiële verbanden

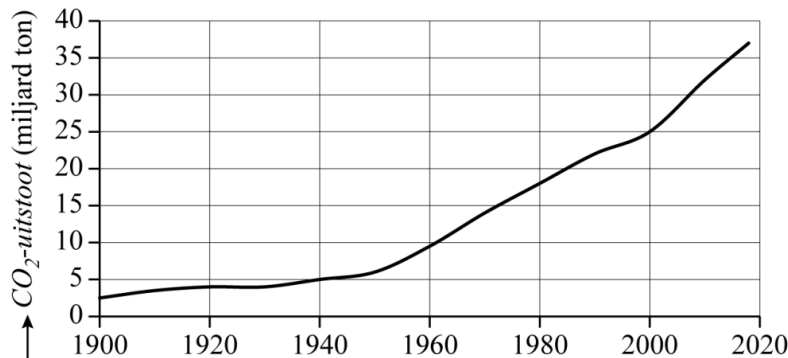
27. Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 1, vraag 2



Oefenvraag examen 2025 tijdvak 1 – vraag 2

CO₂ heeft het grootste aandeel in de broeikasgassen die worden uitgestoten. In figuur 1 staat de wereldwijde uitstoot van CO₂ per jaar.

figuur 1: wereldwijde CO₂-uitstoot



Neem aan dat de wereldwijde uitstoot van CO₂ in de periode van 1900 tot 1980 exponentieel is gegroeid. Bereken met de gegevens van 1900 en 1980 in figuur 1 het jaarlijkse groeipercentage in deze periode. Geef je antwoord in één decimaal.

Maximumscore 5 punten

Het juiste antwoord is:

- CO₂-uitstoot in 1900 en 1980 aflezen: 2,5 (miljard ton) respectievelijk 18 (miljard ton)
- De groeifactor per 80 jaar is $\frac{18}{2,5}$ (= 7,2)
- De groeifactor per jaar is $(\frac{18}{2,5})^{\frac{1}{80}}$
- Dit is 1,0249...
- Het antwoord: 2,5(%)

Opmerkingen

- De CO₂-uitstoot in 1900 en 1980 mag afgelezen worden met een marge van 1 (miljard ton).
- Als gerekend wordt met $(18 - 2,5)^{\frac{1}{80}}$, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.
- Als gerekend wordt met $\frac{18}{2,5} : 80$, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.



28. Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 1, vraag 6



Oefenvraag examen 2025 tijdvak 1 – vraag 6

De grutto is een weidevogel. Het vrouwtje maakt een nestkuil in het gras en legt daarin haar eieren. Daarna broeden het mannetje en het vrouwtje om beurten. De eieren komen na ongeveer 24 dagen uit.

Als de grutto's tijdens het broeden lastiggevallen worden door andere dieren, bijvoorbeeld een vos of een roofvogel, dan verlaat het broedpaar het nest. Dagelijks gaat hierdoor ongeveer 2% van de nesten verloren.

Bereken hoeveel procent van de nesten in 24 dagen verloren gaat. Geef je antwoord in hele procenten.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- De groeifactor (per dag) is 0,98
- $0,98^{24}$ (= 0,615 ...)
- $((1 - 0,615 \dots) \cdot 100 =) 38(\%)$ (van de nesten gaat verloren)



29. Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 1, vraag 11



Oefenvraag examen 2025 tijdvak 1 – vraag 11

Het gaat niet zo goed met de grutto. Sinds 1990 daalt het aantal grutto's exponentieel. Twee instanties deden een uitspraak over deze daling:

- Een onderzoeksinstituut gaf aan dat in de periode 1990-2019 het aantal grutto's elke 13 jaar halveerde.
- Vogelbescherming Nederland gaf aan dat het aantal grutto's met twee derde was afgenomen in de periode 1990-2019.

Onderzoek welke uitspraak leidt tot het hoogste aantal grutto's in 2019: die van het onderzoeksinstituut of die van Vogelbescherming Nederland.

Maximumscore 5 punten

Het juiste antwoord is:

- Volgens het onderzoeksinstituut is de groeifactor 0,5 per 13 jaar
- Dat is $0,5^{\frac{1}{13}} = 0,948 \dots$ per jaar
- Volgens Vogelbescherming Nederland is de groeifactor $\frac{1}{3}$ per 29 jaar
- Dat is $(\frac{1}{3})^{\frac{1}{29}} = 0,962 \dots$ per jaar
- De groeifactor per jaar is volgens Vogelbescherming Nederland (0,962...) groter dan volgens het onderzoeksinstituut (0,948...). In 2019 zijn er volgens Vogelbescherming Nederland meer grutto's

Of

- Volgens het onderzoeksinstituut is de groeifactor 0,5 per 13 jaar
- Dat is $0,5^{\frac{1}{13}} = 0,948 \dots$ per jaar
- Volgens het onderzoeksinstituut is de groeifactor $(0,948 \dots)^{29} = 0,213 \dots$ per 29 jaar
- Volgens Vogelbescherming Nederland is de groeifactor $\frac{1}{3}$ (= 0,333 ...) per 29 jaar
- De groeifactor per 29 jaar is volgens Vogelbescherming Nederland $(\frac{1}{3})$ groter dan volgens het onderzoeksinstituut (0,213...), dus in 2019 zijn er volgens Vogelbescherming Nederland meer grutto's

Of

- Volgens het onderzoeksinstituut is de groeifactor 0,5 per 13 jaar
- Dat is $0,5^2 = 0,25$ per 26 jaar
- Volgens het onderzoeksinstituut is de groeifactor kleiner dan 0,25 per 29 jaar
- Volgens Vogelbescherming Nederland is de groeifactor $\frac{1}{3}$ (= 0,333 ...) per 29 jaar



- De groeifactor per 29 jaar is volgens Vogelbescherming Nederland ($\frac{1}{3}$) groter dan volgens het onderzoeksinstituut (kleiner dan 0,25), dus in 2019 zijn er volgens Vogelbescherming Nederland meer grutto's

Opmerkingen

- *Als bij het eerste of tweede alternatief gerekend wordt met $0,5 : 13$, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.*
- *Als bij het eerste alternatief gerekend wordt met $\frac{1}{3} : 29$, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.*
- *Als bij het eerste alternatief gerekend wordt met $0,5 : 13$ en $\frac{1}{3} : 29$, voor deze vraag maximaal 1 scorepunt toekennen.*



30. Wiskunde A HAVO 2021, tijdvak 1, vraag 19



Oefenvraag examen 2021 tijdvak 1 – vraag 19

Op 1 januari 2010 kostte een postzegel 44 cent. Op 1 januari 2014 was de prijs gestegen tot 64 cent. Veronderstel dat in de periode 2010-2014 de postzegelprijs exponentieel groeide.

Bereken met de bovengenoemde gegevens uit 2010 en 2014 het jaarlijkse groeipercentage van de postzegelprijs. Geef je antwoord in één decimaal.

Maximumscore 4 punten

Het juiste antwoord is:

- De groeifactor per 4 jaar is $\frac{64}{44}$ (= 1,45...)
- De groeifactor per jaar is $\left(\frac{64}{44}\right)^{\frac{1}{4}}$
- Dit is 1,0982...
- Het antwoord: 9,8(%)



31. Wiskunde A HAVO 2021, tijdvak 2, vraag 8



Oefenvraag examen 2021 tijdvak 2 – vraag 8

In plaats van geld sparen, kun je ook geld beleggen. Dit brengt wel een risico met zich mee: het kan niet alleen winst opleveren, maar ook verlies.

Iemand stort eenmalig een bedrag in een beleggingsfonds. We gaan er in deze opgave van uit dat dit bedrag exponentieel groeit. Het percentage waarmee het bedrag jaarlijks groeit is het **rendement**.

Bereken de verdubbelingstijd in jaren als het rendement gelijk is aan 1,5%. Geef je antwoord in twee decimalen.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- De vergelijking $1,015^t = 2$ moet worden opgelost
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost.
- Het antwoord: 46,56 (jaar).



32. Wiskunde A HAVO 2021, tijdvak 2, vraag 19



Oefenvraag examen 2021 tijdvak 2 – vraag 19

De afgelopen eeuwen is het aantal mensen op aarde sterk toegenomen. Sinds enkele decennia is deze toename aan het afnemen. Een mogelijke verklaring voor het afnemen van de toename is het feit dat het gemiddelde aantal kinderen per vrouw in de loop der tijd kleiner is geworden. Zo kregen vrouwen in 1965 gedurende hun leven gemiddeld 5,0 kinderen, in 2018 was dat aantal afgenomen tot 2,4 kinderen.

Neem aan dat in de periode 1965-2018 het gemiddelde aantal kinderen per vrouw afnam volgens een exponentieel verband en dat die afname zich daarna op dezelfde wijze voortzet.

Bereken het gemiddelde aantal kinderen per vrouw in 2035. Geef je antwoord in één decimaal.

Maximumscore 4 punten

Het juiste antwoord is:

- De groeifactor over de periode 1965-2018 is $\frac{2,4}{5,0}$ (= 0,48).
- De groeifactor per jaar is $\left(\frac{2,4}{5,0}\right)^{\frac{1}{53}}$ (= 0,9862...).
- Het gemiddelde aantal kinderen in 2035 is $2,4 \cdot 0,9862...^{17}$ (= 1,89...).
- Het antwoord: 1,9 (kinderen).



4. Statistiek

4.1 Presentaties van data interpreteren en beoordelen

33. Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 2, vraag 16



Oefenvraag examen 2025 tijdvak 2 – vraag 16

In opdracht van De Nederlandsche Bank is in februari 2023 onderzocht hoe (volwassen) Nederlanders het uiterlijk van (euro)bankbiljetten waarden. Het onderzoek is uitgevoerd door middel van telefonische interviews. Er zijn daarvoor 20 823 telefoonnummers willekeurig door een computer bedacht. Daarvan bleek 51% geen gehoor te geven, in gesprek te zijn of er was sprake van een niet bestaand nummer. De resterende telefoonnummers leverden 1003 deelnemers op die meegedaan hebben aan het telefonisch interview.

De 1003 deelnemers vormen op deze manier een steekproef uit de populatie Nederlanders. Is hier sprake van een aselechte steekproef? Licht je antwoord toe.

Maximumscore 4 punten

Voorbeelden van een juist antwoord is:

- Nee, de steekproef is niet aselechte, omdat alleen mensen met een telefoonnummer mee konden doen aan de steekproef
- Nee, de steekproef is niet aselechte, omdat alleen mensen die in februari telefonisch bereikbaar waren mee konden doen aan de steekproef

Opmerking

Voor deze vraag mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.



34. Wiskunde A HAVO 2023, tijdvak 1, vraag 10



Oefenvraag examen 2023 tijdvak 1 – vraag 10

Het lijkt erop dat een aanzienlijk deel van de jongeren in Nederland te weinig beweegt. Het onderzoek 'Health Behaviour in School-aged Children' dat sinds 1985 uitgevoerd wordt, bevat informatie over het beweeggedrag van jongeren in Nederland. Deze opgave gaat over het deel van dit onderzoek dat betrekking heeft op jongeren in het reguliere voortgezet onderwijs in de eerste vier leerjaren. Deze groep beschouwen we in deze opgave als de onderzoekspopulatie. Aan het onderzoek deden 67 scholen mee. We nemen aan dat deze groep scholen een aselechte en representatieve steekproef vormt uit alle scholen voor regulier voortgezet onderwijs.

Onder de deelnemende scholen waren er scholen met een groot aantal klassen en scholen met een klein aantal klassen. De onderzoekers kregen van deze scholen een lijst van alle klassen van de eerste vier leerjaren. Uit elke lijst trokken de onderzoekers vervolgens aselekt uit elk leerjaar één klas. Alle leerlingen uit die getrokken klassen deden mee aan het onderzoek.

De leerlingen die op deze manier in de steekproef terecht zouden komen, vormen **geen** aselechte steekproef uit de onderzoekspopulatie.

Leg dit uit.

Maximumscore 2 punten

Voorbeeld van een juist antwoord:

Bij deze steekproeftrekking heeft een leerling op een school met minder klassen per leerjaar een grotere kans om in de steekproef terecht te komen dan een leerling op een school met meer klassen per leerjaar (dus de steekproef is niet aselekt).

Opmerking

Als alleen opgemerkt wordt dat de steekproef aselekt is als iedere leerling dezelfde kans heeft om in de steekproef terecht te komen, voor deze vraag 1 scorepunt toekennen.



35. Wiskunde A HAVO 2022, tijdvak 1, vraag 10



Oefenvraag examen 2022 tijdvak 1 – vraag 10

In veel dorpen geldt een snelheidslimiet van 30 of 50 km/uur. Niet elke automobilist houdt zich hieraan en dit kan onveilige situaties opleveren. Daarom kan iedereen onveilige verkeerssituaties melden bij Veilig Verkeer Nederland (VVN). Als men bij VVN het vermoeden heeft dat het om een gegronde melding gaat, dan gaan vrijwilligers op pad om de snelheid van passerende automobilisten te meten.

Vanuit het dorp Borssele is zo'n melding binnengekomen over de Monsterweg. Vervolgens is op een dinsdagochtend tussen 7 en 9 uur op deze weg de snelheid van 250 passerende automobilisten gemeten. Aan de hand van de resultaten van deze steekproef wil men een uitspraak doen over het percentage automobilisten dat in een willekeurige week op deze weg te hard rijdt.

Leg uit waarom deze steekproef waarschijnlijk niet representatief is en geef aan hoe dat verbeterd kan worden.

Maximumscore 2 punten

Een voorbeeld van een juist antwoord:

- De steekproef is waarschijnlijk niet representatief, omdat er alleen op dinsdagochtend is gemeten (, waardoor je geen afspiegeling van het verkeer hebt dat wekelijks over deze weg rijdt).
- Er zou op meerdere dagen per week gemeten moeten worden.



36. Wiskunde A HAVO 2025, tijdvak 2, vraag 17



Oefenvraag examen 2025 tijdvak 2 – vraag 17

In opdracht van De Nederlandsche Bank is in februari 2023 onderzocht hoe (volwassen) Nederlanders het uiterlijk van (euro)bankbiljetten waarden. Het onderzoek is uitgevoerd door middel van telefonische interviews. [...]

Bij de deelnemers aan het telefonisch interview werd gevraagd naar een aantal kenmerken (statistische variabelen) zoals

- het geslacht,
- de leeftijd (in jaren),
- het aantal leden van het huishouden,
- het wel of niet beroepsmatig omgaan met bankbiljetten,
- de provincie waarin men woont.

Geef aan welke van de hierboven genoemde variabelen nominaal zijn.

Maximumscore 2 punten

Een juist antwoord is:

- Het geslacht, het wel of niet beroepsmatig omgaan met bankbiljetten en de provincie waarin men woont zijn nominale variabelen

Opmerking

Voor ieder foutief of vergeten kenmerk 1 scorepunt in mindering brengen.



37. Wiskunde A HAVO 2024, tijdvak 1, vraag 7



Oefenvraag examen 2024 tijdvak 1 – vraag 7

In 2017 werd er gestaakt door leerkrachten in het basisonderwijs. Er was sprake van aanhoudende onvrede over onder meer het salaris en de werkdruk. In deze opgave wordt met 'leerkrachten' telkens 'leerkrachten in het basisonderwijs' bedoeld.

In een enquête in 2017 kregen leerkrachten onder meer de volgende drie vragen voorgelegd:

- 1 Moet u erg snel werken?
- 2 Moet u heel veel werk doen?
- 3 Moet u extra hard werken?

Zij konden steeds antwoorden met: 'nooit', 'soms', 'vaak' of 'altijd'.

Bij deze vragen horen drie variabelen die elk kwalitatief en ordinaal zijn.

Leg uit waarom de drie variabelen kwalitatief zijn. Leg ook uit waarom de drie variabelen ordinaal zijn.

Maximumscore 2 punten

Voorbeeld van een juist antwoord:

- De variabelen zijn kwalitatief omdat de mogelijke waarden geen getallen zijn.
- De variabelen zijn ordinaal omdat de mogelijke waarden een logische volgorde hebben.

4.2 Data verwerken

-



4.3 Data en verdelingen

38. Wiskunde A HAVO 2018, tijdvak 1, vraag 6



Oefenvraag examen 2018 tijdvak 1 – vraag 6

Bij een bloedonderzoek worden het hemoglobinegehalte en de hoeveelheid rode bloedcellen gemeten. In de uitslag van het onderzoek staan van beide de gemeten waarden. Om deze uitslag te kunnen beoordelen, worden de gemeten waarden vergeleken met de bijbehorende referentiewaarden. Dit zijn de waarden zoals ze gevonden worden bij 95% van de gezonde mensen. In deze opgave bekijken we de referentiewaarden van volwassenen.

Het hemoglobinegehalte wordt uitgedrukt in millimol per liter (mmol/L) (een mol is een eenheid voor het aantal deeltjes) en de hoeveelheid rode bloedcellen in biljoenen per liter (1 biljoen = 10^{12}). We gaan ervan uit dat het hemoglobinegehalte en de hoeveelheid rode bloedcellen van gezonde mannen normaal verdeeld zijn. Dit geldt ook voor het hemoglobinegehalte en de hoeveelheid rode bloedcellen van gezonde vrouwen.

In de tabel staan de referentiewaarden van het hemoglobinegehalte en van de hoeveelheid rode bloedcellen. Deze referentiewaarden liggen symmetrisch om het gemiddelde. Zo kun je in de tabel bijvoorbeeld aflezen dat 95% van de gezonde mannen een hemoglobinegehalte heeft tussen 8,6 mmol/L en 11,0 mmol/L.

tabel

| | geslacht | referentiewaarden |
|------------------|----------|-------------------|
| hemoglobine | man | 8,6 – 11,0 |
| | vrouw | 7,6 – 10,0 |
| rode bloedcellen | man | 4,4 – 5,8 |
| | vrouw | 4,0 – 5,3 |

Bereken de standaardafwijking van de hoeveelheid rode bloedcellen van gezonde vrouwen. Geef je antwoord in biljoenen per liter en rond af op één decimaal.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- Ongeveer 95% van de waarnemingen bij een normale verdeling ligt tussen $\mu - 2\sigma$ en $\mu + 2\sigma$.
- Bij 95% van de gezonde vrouwen ligt het aantal rode bloedcellen tussen 4,0 en 5,3 (biljoen per liter).
- Hieruit volgt: 4 keer de standaardafwijking is $(5,3 - 4,0) = 1,3$ (biljoen per liter), dus het antwoord: $(\frac{1,3}{4}) = 0,3$ (biljoen per liter).

Of:

- Ongeveer 95% van de waarnemingen bij een normale verdeling ligt tussen $\mu - 2\sigma$ en $\mu + 2\sigma$.
- Het gemiddelde is $(\frac{5,3 + 4,0}{2}) = 4,65$ (biljoen per liter).



- Hieruit volgt: 2 keer de standaardafwijking is $(4,65 - 4,0 =) 0,65$ (biljoen per liter), dus het antwoord: $(\frac{0,65}{2} =) 0,3$ (biljoen per liter).

4.4 Statistische uitspraken doen

39. Wiskunde A HAVO 2024, tijdvak 2, vraag 11



Oefenvraag examen 2024 tijdvak 2 – vraag 11

In 2018 verschenen er berichten in de media over de (toilet)hygiëne op Nederlandse basisscholen en middelbare scholen. De berichten waren gebaseerd op drie onderzoeken onder respectievelijk leraren die werkzaam waren binnen het basis- of voortgezet onderwijs, leerlingen tussen de 5 en 16 jaar oud en ouders met een kind tussen de 5 en 16 jaar oud. In totaal namen 630 leraren, 452 leerlingen en 626 ouders deel aan het onderzoek. We nemen aan dat elk van de drie steekproeven aselekt en representatief was.

Van de 452 leerlingen in de steekproef zaten er 302 op de basisschool en 150 op de middelbare school. Precies de helft van de basisschoolleerlingen gaat op school niet naar het toilet. Bij de middelbare scholieren is dit 60%.

In deze steekproef is er dus een verschil tussen basisschoolleerlingen en middelbare scholieren in het deel dat op school niet naar het toilet gaat.

Onderzoek met behulp van het formuleblad of dat verschil groot, middelmatig of gering is.

Maximumscore 4 punten

Het juiste antwoord is:

- Berekenen de absolute aantallen leerlingen per categorie.
- Stel een juiste kruistabel op:

| | basisschool | middelbare school | (totaal) |
|-------------------------|-------------|-------------------|----------|
| liever niet naar toilet | 151 | 90 | (241) |
| overig | 151 | 60 | (211) |
| (totaal) | (302) | (150) | (452) |

- $\phi = \frac{151 \cdot 60 - 90 \cdot 151}{\sqrt{241 \cdot 302 \cdot 150 \cdot 211}}$
- $\phi = -0,09\dots$; (dit ligt tussen $-0,2$ en $0,2$) dus het verschil is gering.



40. Wiskunde A HAVO 2024, tijdvak 2, vraag 10



Oefenvraag examen 2024 tijdvak 2 – vraag 10

In 2018 verschenen er berichten in de media over de (toilet)hygiëne op Nederlandse basisscholen en middelbare scholen. De berichten waren gebaseerd op drie onderzoeken onder respectievelijk leraren die werkzaam waren binnen het basis- of voortgezet onderwijs, leerlingen tussen de 5 en 16 jaar oud en ouders met een kind tussen de 5 en 16 jaar oud. In totaal namen 630 leraren, 452 leerlingen en 626 ouders deel aan het onderzoek. We nemen aan dat elk van de drie steekproeven aselekt en representatief was.

In de steekproef van de leerlingen gaven 194 van de 452 leerlingen aan regelmatig moeite te hebben met opletten tijdens de les, omdat zij op sommige momenten naar het toilet moeten, maar niet gaan.

Bereken het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor het percentage Nederlandse leerlingen tussen de 5 en 16 jaar oud, waarvoor het bovenstaande geldt. Geef de percentages in je antwoord in gehelen.

Maximumscore 4 punten

Het juiste antwoord is:

- De steekproefproportie is $\frac{194}{452} = 0,429\dots$
- De grenzen van het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de populatieproportie zijn $0,429\dots \pm 2 \cdot \sqrt{\frac{0,429\dots \cdot (1 - 0,429\dots)}{452}}$
- Dit geeft het interval $[0,382\dots; 0,475\dots]$
- Het antwoord: $[38, 48](\%)$



41. Wiskunde A HAVO 2024, tijdvak 1, vraag 16



Oefenvraag examen 2024 tijdvak 1 – vraag 16

Zonnebrandcrème, in deze opgave kortweg crème, beschermt de huid tegen verbranding door de zon. De mate van bescherming die een crème biedt, wordt aangegeven met de zogenoemde beschermingsfactor, in deze opgave kortweg factor. Hoe hoger de factor van de crème, hoe beter de bescherming tegen de zon. In een onderzoek werd de volgende stelling voorgelegd aan een aselechte steekproef uit de populatie ouders van jonge kinderen:

Als je je insmeert met een crème met factor 50, dan kun je niet meer verbranden.

De steekproef bevatte 410 mannen en 611 vrouwen. De onderzoeker was benieuwd in hoeverre er verschil zou zijn tussen de reacties van mannen en vrouwen. In de steekproef waren 74 mannen en 79 vrouwen het eens met de stelling.

Onderzoek of de 95%-betrouwbaarheidsintervallen voor de populatieproportie mannen en vrouwen die het eens zijn met de stelling elkaar overlappen.

Maximumscore 4 punten

Het juiste antwoord is:

- De proporties mannen en vrouwen zijn $\frac{74}{410} = 0,180\dots$ respectievelijk $\frac{79}{611} = 0,129\dots$
- De bovengrens bij de vrouwen is $0,129\dots + 2 \cdot \sqrt{\frac{0,129\dots \cdot (1 - 0,129\dots)}{611}} = 0,156\dots$
- De ondergrens bij de mannen is $0,180\dots - 2 \cdot \sqrt{\frac{0,180\dots \cdot (1 - 0,180\dots)}{410}} = 0,142\dots$
- Dus de 95%-betrouwbaarheidsintervallen overlappen elkaar.



42. Wiskunde A HAVO 2021, tijdvak 1, vraag 14



Oefenvraag examen 2021 tijdvak 1 – vraag 14

Het Nibud Scholierenonderzoek brengt het financiële gedrag van scholieren in het voortgezet onderwijs in kaart. De populatie van dit onderzoek bestaat uit alle vmbo-, havo- en vwo-scholieren in de leeftijd van 12 tot en met 18 jaar. Van een aselechte steekproef van 3260 scholieren uit de populatie zijn gegevens beschikbaar gekomen via online vragenlijsten. We gaan ervan uit dat deze steekproef representatief is.

1530 scholieren in de steekproef hebben een bijbaantje.

Bereken het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de populatieproportie scholieren met een bijbaantje. Geef de getallen in je antwoord in twee decimalen.

Maximumscore 3 punten

Het juiste antwoord is:

- De steekproefproportie is $\frac{1530}{3260} = 0,469\dots$
- De grenzen van het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de populatieproportie zijn $0,469\dots \pm 2 \cdot \sqrt{\frac{0,469\dots(1 - 0,469\dots)}{3260}}$.
- Het antwoord: [0,45; 0,49].

